

## Lineare Algebra I Blatt 7

---

### 1 | Päckchen

Welche der folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}^3$  sind linear unabhängig? Welche sind Erzeugendensysteme? Welche sind Basen?

- (a)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$       (d)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$       (g)  $\mathbb{R}^3 \setminus \{\mathbf{0}\}$   
(b)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$       (e)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$       (h)  $\mathbb{R}^3 \setminus \left\{ \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$   
(c)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$       (f)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

### 2 | Flachwurzler

Welche Nullstellen hat das Polynom  $X^3 - 3X^2 + 2X$  über  $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ ?

Welche Nullstellen hat es über  $\mathbb{Z}/101\mathbb{Z}$ ?

### 3 | Erbsenzähler

- (a) Ein  $\mathbb{F}_p$ -Vektorraum der Dimension  $n$  hat  $p^n$  Elemente.  
(b) Die reellen Zahlen  $\mathbb{R}$  sind kein endlich-dimensionaler  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum.

*Sie dürfen in dieser Aufgabe ohne Beweis verwenden, dass ein Produkt endlich vieler abzählbarer Mengen wieder abzählbar ist.*

### 4 | Kreuzschlitz

Sei  $V$  ein Vektorraum mit Untervektorräumen  $W, V_1, V_2$ . Ist  $W \subseteq V_1 \cup V_2$ , so folgt bereits  $W \subseteq V_1$  oder  $W \subseteq V_2$ .

---

Bitte versehen Sie jede Lösung mit Namen, Übungsgruppen- und **ID-Nummer** und werfen Sie sie in den für die jeweilige Aufgabe vorgesehenen Briefkasten ein (Etage 25.22.00). Die Frist für den Früheinwerferbonus verschiebt sich wegen des Feiertags auf Dienstag, den 6. Juni, 10:30 Uhr. Die reguläre Abgabefrist läuft bis Mittwoch, den 7. Juni, 10:30 Uhr.